Schulinterner Arbeitsplan für die Qualifikationsphase

unter Berücksichtigung des Kerncurriculums für das Gymnasium - gymnasiale Oberstufe (2009)

Für die im Kerncurriculum für das Gymnasium – gymnasiale Oberstufe (KC) aufgeführten prozessbezogenen Kompetenzen werden im schulinternen Arbeitsplan die folgenden Abkürzungen verwendet: „Mathematisch Argumentieren“ (P1), „Probleme mathematisch lösen“ (P2), „Mathematisch Modellieren“(P3), „Mathematische Darstellungen verwenden“ (P4), „Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen“ (P5) und „Kommunizieren“ P(6).
Um häufige Wiederholungen zu vermeiden, werden einige der prozessbezogenen Kompetenzen nicht in jedem Semester explizit genannt, da sie die Grundlage eines problemorientierten, schülerzentrierten Mathematikunterrichts darstellen. Diese Kompetenzen sind dem Arbeitsplan einmalig vorangestellt.

Prozessbezogene Kompetenzen, die in jedem Semester weiterentwickelt werden:

Mathematisch argumentieren (P1)	
grundlegendes Anforderungsniveau	erhöhtes Anforderungsniveau
Die Schülerinnen und Schüler … • erläutern in inner- und außermathematischen Situationen Strukturen und Zusammenhänge und stellen darüber Vermutungen auf. • begründen oder widerlegen Aussagen in angemessener Fachsprache mit mathematischen Mitteln und reflektieren die Vorgehensweise. • reflektieren und bewerten Argumentationen und Begründungen auf Schlüssigkeit und Angemessenheit. • vertreten eigene Problemlösungen und Modellierungen.	
	• vergleichen und bewerten verschiedene Begründungen für einen mathematischen Sachverhalt.
Probleme mathematisch lösen (P2)	
Die Schülerinnen und Schüler … • finden in inner- und außermathematischen Situationen mathematische Probleme, formulieren diese mit eigenen Worten und in mathematischer	

Fachsprache.

- überprüfen die Plausibilität der Ergebnisse.
- beschreiben, vergleichen und bewerten Lösungswege.
- wählen geeignete heuristische Strategien zum Problemlösen aus und wenden diese auch unter Nutzung der eingeführten Technologie an.
- reflektieren und bewerten die benutzten Strategien.

Mathematisch modellieren (P3)

Die Schülerinnen und Schüler …

- vereinfachen durch Abstrahieren und Idealisieren Realsituationen, um sie einer mathematischen Beschreibung zugänglich zu machen und reflektieren die Vereinfachungsschritte.
- reflektieren die Grenzen von Modellen und der mathematischen Beschreibung von Realsituationen.
- ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Realsituationen zu und reflektieren so die Universalität von Modellen.

Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (P5)

Die Schülerinnen und Schüler …

- verwenden mathematische Symbole zum Strukturieren von Informationen, zum Modellieren und zum Problemlösen.
- reflektieren deren Verwendung und übersetzen zwischen symbolischer und natürlicher Sprache.
- setzen die eingeführte Technologie in allen Themenfeldern als sinnvolles Werkzeug zum Lösen mathematischer Probleme ein.
- nutzen eine handelsübliche Formelsammlung.

<table>
<tr><th colspan="2">Kommunizieren (P6)</th></tr>
<tr><td colspan="2">Die Schülerinnen und Schüler …
• erfassen, interpretieren und reflektieren mathematikhaltige authentische Texte.
• erläutern eigene Problembearbeitungen und Einsichten sowie mathematische Zusammenhänge mit eigenen Worten und unter Verwendung geeigneter Fachsprache.
• dokumentieren Überlegungen, Lösungswege und Ergebnisse auch im Hinblick auf die verwendete Technologie und stellen jene verständlich dar.
• präsentieren Überlegungen, Lösungswege und Ergebnisse unter Verwendung geeigneter Medien.
• verstehen Überlegungen von anderen zu mathematischen Inhalten, überprüfen diese auf Schlüssigkeit und Vollständigkeit und gehen darauf ein.</td></tr>
<tr><td></td><td>• verwenden Fachtexte bei der selbstständigen Arbeit an mathematischen Problemen.</td></tr>
</table>

Lernbereiche

Die Inhalte der Sachgebiete Analysis, Analytische Geometrie/ Lineare Algebra und Stochastik werden in Lernbereiche organisiert, in denen die zu erarbeitenden mathematischen Begriffe eingeordnet sind. Die Sachgebiete umfassen verschiedene Lernbereiche:

Sachgebiet	**Lernbereiche**
Analysis	Von der Änderung zum Bestand, Wachstumsmodelle, Kurvenanpassung
Analytische Geometrie/ Lineare Algebra	Raumanschauung und Koordinatisierung, Mehrstufige Prozesse
Stochastik	Daten darstellen und auswerten, Mit dem Zufall rechnen, Daten beurteilen

Reihenfolge – Lernbereiche (Kursthemenfolge)

11.1
1. Von der Änderung zum Bestand – Integralrechnung
2. Kurvenanpassung – Interpolation

11.2
3. Raumanschauung und Koordinatisierung – Analytische Geometrie / Lineare Strukturen
4. Daten darstellen und auswerten – Beschreibende Statistik
5. Mit dem Zufall rechnen – Wahrscheinlichkeitsrechnung

12.1
6. Wachstumsmodelle – Exponentialfunktion
7. Mehrstufige Prozesse – Matrizenrechnung

12.2
8. Daten beurteilen – Beurteilende Statistik

1. Lernbereich: Von der Änderung zum Bestand – Integralrechnung (Dauer: ca. 9 Wochen)

Ausgehend von realitätsbezogenen Problemstellungen aus den Bereichen „Zu- und Ablauf (Talsperre, Verkehrsströme)“ und „Geschwindigkeit – Weg, Fahrtenschreiber“ wird eine Grundvorstellung vom Integralbegriff entwickelt. Das Integral wird als aus Änderungen rekonstruierter Bestand gedeutet, der über die Addition von Produkten u. a. zum Flächeninhalt führt. Anhand der grafischen Darstellung von Änderung und Bestand werden die Zusammenhänge entdeckt und argumentativ erklärt. Dabei wird der Bezug zum Vorwissen aus der Differenzialrechnung im Sinne von Rückwärtsarbeiten hergestellt und für die Mathematisierung genutzt.

Die Berechnung von Integralen wird anhand ganzrationaler Funktionen entwickelt und mithilfe der eingeführten Technologie auf weitere Funktionen ausgedehnt.

Im erhöhten Anforderungsniveau erfolgt neben einer formalen Betrachtung der Zusammenhänge und einer Präzisierung der Begriffe auch die Behandlung von Volumen von Rotationskörpern und Grenzwerten von Beständen und Flächeninhalten.

prozessbezogenen Kompetenzen laut Kerncurriculum	inhaltsbezogene Kompetenzen laut Kerncurriculum	Materialien / Anregungen
Keine weiteren als die unter Teil 1 aufgeführten prozessbezogenen Kompetenzen.	Leitidee: Funktionaler Zusammenhang und Messen Die Schülerinnen und Schüler … • deuten das bestimmte Integral als aus Änderungen	**Hinweise zum Buch:** Kapitel 2: Integralrechnung **Ergänzungen:**

Nur auf erhöhtem Anforderungsniveau: • *vergleichen und bewerten verschiedene Begründungen für einen mathematischen Sachverhalt. (P1)* • *reflektieren Beweisverfahren. (P1)*	rekonstruierter Bestand und als Flächeninhalt. • berechnen Bestände aus Änderungsraten. • bestimmen Flächeninhalte begrenzter Flächen. • kennen Stammfunktionen für die Funktionen $x \to \sin(x)$, $x \to \sqrt{x}$ und $x \to x^n; n \in Z$, darunter auch $x \to \frac{1}{x}$. • kennen den Zusammenhang zwischen Differenzieren und Integrieren. • nutzen den Zusammenhang zwischen Ableitung und Integral zur Bestätigung von Stammfunktionen. • berechnen unbestimmte Integrale mithilfe der Summen- und Faktorregel. • wenden Rechengesetze für bestimmte Integrale an *Nur auf erhöhten Anforderungsniveau:* • *interpretieren uneigentliche Integrale als Grenzwerte sowohl von Beständen als auch von Flächeninhalten.* • *begründen geometrisch anschaulich den Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung.* • *begründen die Volumenformel für Körper, die durch Rotation um die x-Achse entstehen.* • *bestimmen Volumen von Körpern, die durch Rotation um die x-Achse entstehen.* • *bestimmen Flächeninhalte unbegrenzter Flächen.*	Bogenlänge, Mittelwertsatz, Schwerpunkt. **Hinweise zum Technologieeinsatz:** 1. Arbeiten mit Daten, Darstellung von Punkten durch Datenplots und Regression 2. Ermitteln bestimmter Integrale und Flächeninhalte 3. Graphisches Darstellen von Stammfunktionen

2. Lernbereich: Kurvenanpassung – Interpolation (Dauer: ca. 8 Wochen)

Ausgehend von Beispielen aus den Bereichen Trassierung und Biegelinien werden ganzrationale Funktionen zu vorgegebenen Datenpunkten und/oder Eigenschaften bestimmt.

Bei Modellierungen mit abschnittsweise definierten Funktionen sind darüber hinaus an den Übergängen Eigenschaften wie Stetigkeit, Differenzierbarkeit und Übereinstimmung der zweiten Ableitungen als Bedingungen zu nutzen und im Kontext zu interpretieren. Die Zugänge zu Stetigkeit und Differenzierbarkeit werden auf intuitivem Weg gefunden. Durch Regression gewonnene Funktionen werden zum Vergleich herangezogen

Je nach Anordnung der Lernbereiche kann bei der Beurteilung verschiedener Modellierungen auch ein Flächeninhaltsvergleich als Kriterium herangezogen werden.

prozessbezogenen Kompetenzen laut Kerncurriculum	**inhaltsbezogene Kompetenzen laut Kerncurriculum**	**Materialien / Anregungen**
Die Schülerinnen und Schüler … • beschreiben Realsituationen und Realprobleme durch mathematische Modelle wie z. B. durch Funktionen (P3) • verwenden Regressionen zur Ermittlung eines mathematischen Modells. (P3) • reflektieren die Grenzen von Modellen und der mathematischen Beschreibung von Realsituationen. (P3) • verwenden verschiedene Darstellungsformen von Funktionen und wechseln zwischen diesen. (P4) • arbeiten mit Funktionstermen, mit Gleichungen und Gleichungssystemen sowie mit Matrizen (P5) *Nur auf erhöhtem Anforderungsniveau:* • *variieren Situationen, stellen Vermutungen auf und untersuchen diese. (P1)* • *variieren vorgegebene mathematische Probleme und untersuchen die Auswirkungen auf die Problemlösung. (P2)*	**Bestimmen von Funktionen aus gegebenen Eigenschaften** Leitideen: Funktionaler Zusammenhang und Algorithmus Die Schülerinnen und Schüler … • geben die maximale Definitionsmenge von Funktionen – auch in Sachsituationen – an. • kennen abschnittsweise definierte Funktionen. • nutzen die Stetigkeit, Differenzierbarkeit und das Krümmungsverhalten zur Analyse und Synthese von abschnittsweise definierten Funktionen. • erkennen Symmetrien von Graphen und weisen vorhandene Punktsymmetrie zum Ursprung bzw. Achsensymmetrie zur y-Achse nach. • erkennen Monotonie- und Krümmungsverhalten von Graphen und nutzen dies zur Begründung der Existenz von Extrem- und Wendepunkten. • nutzen notwendige Bedingungen sowie inhaltliche Begründungen zur Bestimmung von lokalen Extrem- und Wendestellen.	**Hinweise zum Buch:** Kapitel 1: Kurvenanpassung und Lineare Gleichungssysteme **Ergänzungen:** Bogenlänge, Krümmungsmaß und Krümmungskreis **Hinweise zum Technologieeinsatz:** 1. Darstellung von Punkten durch Datenplots und Regression 2. Bestimmen von Nullstellen, Extrem- und Wendepunkten 3. Grafische Darstellung der Ableitungsfunktion 4. Lösen linearer Gleichungssysteme

	• nutzen charakteristische Merkmale wie Extremstellen, Wendestellen und Krümmungsverhalten bei Funktionen und Scharen ganzrationaler Funktionen zum Lösen inner- und außermathematischer Probleme. • führen Parametervariationen zur Anpassung von Funktionen an Daten durch. • lösen lineare Gleichungssysteme mit dem GTR	

3. Lernbereich: Raumanschauung und Koordinatisierung – Analytische Geometrie / Lineare Strukturen (Dauer: ca. 6 Wochen)

Ausgehend von der zeichnerischen Darstellung von Körpern werden der Nutzen und die Bedeutung des dreidimensionalen kartesischen Koordinatensystems für die Orientierung im Raum erkannt.

Durch die Einführung des Vektorbegriffs werden geometrische Zusammenhänge algebraisiert. Dabei besitzen die Parameterformen von Geraden- und Ebenengleichungen eine grundlegende Bedeutung bei der Untersuchung von Lagebeziehungen und der Bestimmung von Schnittmengen.

Das Skalarprodukt und seine geometrische Deutung ermöglichen metrische Betrachtungen und Berechnungen.

prozessbezogenen Kompetenzen laut Kerncurriculum	inhaltsbezogene Kompetenzen laut Kerncurriculum	Materialien / Anregungen
Die Schülerinnen und Schüler … • beschreiben Realsituationen und Realprobleme durch mathematische Modelle durch Koordinaten und Vektoren.(P3) • führen mit den Verfahren der Koordinaten- und Vektorgeometrie und/oder der Matrizenrechnung Berechnungen im Modell durch und interpretieren die Verfahren ggf. hinsichtlich der Realsituation.(P3) • verwenden geometrische und vektorielle Darstellungsformen für geometrische Gebilde und wechseln zwischen diesen.(P4) • arbeiten mit Vektoren und Matrizen. (P5)	Leitideen: Messen, Räumliches Strukturieren / Koordinatisierung Die Schülerinnen und Schüler … • nutzen die bildliche Darstellung und Koordinatisierung zur Beschreibung und Lösung von inner- und außermathematischen Problemen in Ebene und Raum. (Punkte im Raum, Darstellungen im kartesischen Koordinatensystem / Schrägbilder, Vektoren im Anschauungsraum). • wenden die Addition, Subtraktion und skalare Multiplikation von Vektoren an und veranschaulichen sie geometrisch. • erkennen die Kollinearität zweier Vektoren. • wenden Vektoren beim Arbeiten mit geradlinig begrenzten geometrischen Objekten an. • beschreiben Geraden und Ebenen durch Gleichungen in Parameterform. • erfassen und begründen die unterschiedlichen Lagebeziehungen von Geraden sowie von Gerade und Ebene und lösen Schnittprobleme	**Hinweise zum Buch**: Kapitel 4: Analytische Geometrie. Das Lösen linearer Gleichungssysteme findet man in Kapitel 1.3. **Ergänzungen:** Normalen- und Koordinatenform der Ebenengleichung, Kugel, Vektorprodukt **Hinweise zum Technologieeinsatz**: 1. Bestimmen der Lösungsmenge sowohl eindeutig als auch nicht eindeutig lösbarer LGS aus dem Bereich der analytischen Geometrie

	• deuten das Skalarprodukt geometrisch • nutzen das Skalarprodukt zur Bestimmung der Winkelgröße zwischen Vektoren • bestimmen Streckenlängen im Raum *Nur auf erhöhtem Anforderungsniveau:* • *erfassen und begründen die unterschiedlichen Lagebeziehungen von Ebenen und lösen Schnittprobleme.*	

4. Lernbereich: Daten darstellen und auswerten – Beschreibende Statistik (Dauer: ca. 3 Wochen)
Ausgehend von Daten zu Sachkontexten – wie z. B. Lebenserwartung von Männern und Frauen, Reaktionstest – werden zu deren Vergleich als Kenngrößen das arithmetische Mittel und die empirische Standardabweichung s_n erarbeitet. Dabei sind die Darstellung der Daten in einem Histogramm und der Einsatz der eingeführten Technologie wichtige Hilfsmittel.

prozessbezogenen Kompetenzen laut Kerncurriculum	inhaltsbezogene Kompetenzen laut Kerncurriculum	Materialien / Anregungen
Keine weiteren als die unter Teil 1 aufgeführten prozessbezogenen Kompetenzen.	Leitideen: Daten und Zufall, Messen Die Schülerinnen und Schüler … • stellen Häufigkeitsverteilungen in Histogrammen dar, interpretieren und nutzen diese Dar-stellungen. • charakterisieren und interpretieren Datenmaterial mithilfe der Kenngrößen arithmetisches Mittel, Standardabweichung s_n und Stichprobenumfang und setzen die eingeführte Technologie sinnvoll ein. • kennen und bestimmen das arithmetische Mittel als Lagemaß und die empirische Standardabweichung s_n als Streumaß einer Stichprobe.	**Hinweise zum Buch:** Kapitel 6.1: Merkmale – Relative Häufigkeit Kapitel 6.2: Streuung – Empirische Standardabweichung **Ergänzungen**: Planung und Durchführung von Datenerhebungen, Simulation von Zufallsexperimenten, Regression und Korrelation **Hinweise zum Technologieeinsatz:** 1. Arbeiten mit Daten 2. Darstellen von Daten durch Datenplots und Histogramme 3. Bestimmen von arithmetischem Mittel und Standardabweichung

5. Lernbereich: Mit dem Zufall rechnen – Wahrscheinlichkeitsrechnung (Dauer: ca. 6 Wochen)

Ausgehend von Zufallsexperimenten werden Möglichkeiten zur Berechnung von Wahrschein-lichkeiten betrachtet. Durch Zufallsgrößen werden Ergebnismengen strukturiert. Die bekannten Kenngrößen für Häufigkeitsverteilungen werden aufgegriffen, auf Wahrscheinlichkeitsverteilungen übertragen und führen zum Erwartungswert μ und zur Standardabweichung σ.

Die BERNOULLI-Kette dient als ein Modell zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten. Umgekehrt lassen sich zu einer gegebenen Wahrscheinlichkeit nur von σ abhängige Umgebungen um den Erwartungswert bestimmen.

Im erhöhten Anforderungsniveau werden diskrete von stetigen Zufallsgrößen abgegrenzt und die Normalverteilung als ein Beispiel für eine stetige Verteilung verwendet.

prozessbezogenen Kompetenzen laut Kerncurriculum	inhaltsbezogene Kompetenzen laut Kerncurriculum	Materialien / Anregungen
Die Schülerinnen und Schüler … • beschreiben Realsituationen und Realprobleme durch mathematische Modelle wie z. B. durch Funktionen, Zufallsversuche, Wahrscheinlichkeitsverteilungen,(P3) • führen mit den Verfahren der Wahrscheinlichkeitsrechnung Berechnungen im Modell durch und interpretieren die Verfahren ggf. hinsichtlich der Realsituation.(P3) • stellen Zufallsexperimente auf verschiedene Weise dar und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten. (P4)	Leitideen: Daten und Zufall, Messen, funktionaler Zusammenhang Die Schülerinnen und Schüler … • stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen in Histogrammen dar, interpretieren und nutzen diese Darstellungen. • verwenden die Grundbegriffe Ergebnis, Ereignis, Ergebnismenge zur Beschreibung von Zufallsexperimenten. • nutzen Zufallsgrößen zur sachgerechten Strukturierung der Ergebnismenge eines Zufallsexperiments. • charakterisieren Wahrscheinlichkeitsverteilungen anhand der Kenngrößen Erwartungswert μ und Standardabweichung σ, berechnen diese auch unter Verwendung der eingeführten Technologie und nutzen sie für Interpretationen. • kennen das Modell der BERNOULLI-Kette, können in diesem Modell rechnen und es zum Modellieren sachgerecht anwenden.	**Hinweise zum Buch:** Kapitel7: Wahrscheinlichkeitsverteilungen Kapitel 8.1: Binomialverteilungen für große Stufenzahlen *nur auf erhöhtem Anforderungsniveau:* *Kapitel 8.4: Normalverteilung* *Kapitel 8.5: Stetige Zufallsgrößen* **Ergänzungen:** weitere diskrete und stetige Verteilungen **Hinweise zum Technologieeinsatz:** 1. Berechnen von Fakultäten und Binomialkoeffizienten 2. Bestimmen von Wahrscheinlichkeiten einer Binomialverteilung (und der

	• nutzen den Erwartungswert und die Standardabweichung einer binomialverteilten Zufallsgröße für Interpretationen. • können für große n auf der Grundlage der σ-Umgebungen um den Erwartungswert für binomialverteilte Zufallsgrößen Wahrscheinlichkeitsaussagen treffen. • berechnen Erwartungswert und Standardabweichung σ einer binomialverteilten Zufallsgröße. • beschreiben Zufallsgrößen als Funktionen und stellen diese tabellarisch und grafisch dar. • stellen Binomialverteilungen auch unter Verwendung des GTRs grafisch dar. *Nur auf erhöhtem Anforderungsniveau:* • *Stetige Zufallsgrößen und Normalverteilung* • *verwenden die Normalverteilung als Näherung für die Binomialverteilung.* • *grenzen diskrete von stetigen Zufallsgrößen ab.* • *verwenden die Normalverteilung als spezielle stetige Wahrscheinlichkeitsverteilung.*	Normalverteilung nur eA) 3.Bestimmen von kumulierten Wahrscheinlichkeiten bei Binomialverteilungen (und Normalverteilungen nur eA) 4. Grafische Darstellungen von Verteilungen

6. Lernbereich: Wachstumsmodelle – Exponentialfunktion (Dauer: ca. 9 Wochen)

Ausgehend von Beispielen aus den Bereichen Bevölkerungswachstum, stetige Verzinsung und radioaktiver Zerfall werden die bereits bekannten Wachstumsmodelle – lineares, exponentielles und begrenztes Wachstum – durch das Modell des logistischen Wachstums ergänzt. Der Vergleich und die Interpretation verschiedener Modelle eines Wachstumsprozesses lassen sich besonders einfach mit der Exponentialfunktion zur Basis e durchführen. Die e-Funktion ermöglicht eine funktionale Beschreibung des logistischen Wachstums.

Durch Verknüpfung der e-Funktion mit ganzrationalen Funktionen werden Möglichkeiten geschaffen, Wachstum auf vielfältige Art zu modellieren.

Im erhöhten Anforderungsniveau werden an geeigneten Beispielen aus dem Bereich Wachstum die Zusammenhänge zwischen den entsprechenden Funktionen und ihren Ableitungsfunktionen aufgezeigt und interpretiert, wie sie sich in den dazugehörigen Differenzialgleichungen widerspiegeln.

prozessbezogenen Kompetenzen laut Kerncurriculum	inhaltsbezogene Kompetenzen laut Kerncurriculum	Materialien / Anregungen
Die Schülerinnen und Schüler … • beschreiben Realsituationen und Realprobleme durch mathematische Modelle wie z. B. durch Funktionen.(P3) • verwenden Regressionen zur Ermittlung eines mathematischen Modells.(P3) • führen mit den Verfahren der Infinitesimalrechnung Berechnungen im Modell durch und interpretieren die Verfahren ggf. hinsichtlich der Realsituation.(P3) • interpretieren Ergebnisse aus Modellrechnungen in der Realsituation und modifizieren ggf. das Modell.(P3) • reflektieren die Grenzen von Modellen und der mathematischen Beschreibung von Real-situationen.(P3) • ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Realsituationen zu und reflektieren so die Universalität von Modellen.(P3) • verwenden verschiedene Darstellungsformen von Funktionen und wechseln zwischen diesen (P4)	Leitidee: Funktionaler Zusammenhang Die Schülerinnen und Schüler … • verwenden das Modell des begrenzten und das Modell des logistischen Wachstums. • kennen Verknüpfungen und Verkettungen der e-Funktion mit ganzrationalen Funktionen zur Beschreibung von inner- und außermathematischen Problemen. • führen Parametervariationen zur Anpassung von Funktionen an Daten durch. • geben die maximale Definitionsmenge von Funktionen – auch in Sachsituationen – an. • untersuchen das Grenzverhalten von Funktionen unter Berücksichtigung von Polstellen und waagerechten Asymptoten der zugehörigen Graphen. • verwenden Produkt-, Quotienten- und Kettenregel beim Ableiten von Funktionen. • erkennen Monotonie- und Krümmungsverhalten von Graphen und nutzen dies zur Begründung der Existenz	**Hinweise zum Buch:** Kapitel 3: Wachstumsmodelle Exponentialfunktion und Logarithmen sind den Schülerinnen und Schülern bereits aus der 10. Klasse bekannt, die in *Bleib fit (S. 137 – 140)* wiederholt werden. Auch lineare, exponentielle und begrenzte Wachstumsprozesse in rekursiver Darstellung im diskreten Fall sind aus der Sek. I bekannt. In Kapitel 3 wird diese Art der Darstellung nicht noch einmal aufgegriffen. Der Einstieg in die Wachstumsprozesse erfolgt direkt am kontinuierlichen Fall. **Ergänzungen:** Lösungsverfahren einfacher Differenzialgleichungen, Untersuchungen von Logarithmus-Funktionen. **Hinweise zum Technologieeinsatz**: 1. Arbeiten mit Daten, Darstellung von

• begründen ihre Auswahl von Darstellungen. (P4) *Nur auf erhöhtem Anforderungsniveau:* • *variieren Situationen, stellen Vermutungen auf und untersuchen diese.(P1)* • *variieren vorgegebene mathematische Probleme und untersuchen die Auswirkungen auf die Problemlösung. (P2)* • *begründen ihre Auswahl von Darstellungen und reflektieren allgemeine Vor- und Nach-teile sowie die Grenzen unterschiedlicher Darstellungsweisen. (P4)*	von Extrem- und Wendepunkten • kennen Stammfunktionen für die Funktionen $x \to e^x$. *Nur auf erhöhtem Anforderungsniveau:* • *nutzen bei Scharen von Funktionen, die durch Verknüpfungen und Verkettungen der e-Funktion mit ganzrationalen Funktionen entstehen, charakteristische Merkmale zum Lösen inner- und außermathematischer Probleme. (ohne Lösungsverfahren von Differentialgleichungen)* • *erkennen den Zusammenhang zwischen Funktion und Ableitungsfunktion und deuten die resultierende Differenzialgleichung im Sachkontext der Wachstumsmodelle.*	Punkten durch Datenplots und Regression 2. Bestimmen von Nullstellen, Extrem- und Wendepunkten 3. Grafische Darstellung der Ableitungsfunktion 4. Lösen linearer Gleichungssysteme

7. Lernbereich: Mehrstufige Prozesse – Matrizenrechnung (Dauer: ca. 8 Wochen)

Ausgehend von Problemstellungen aus dem Bereich der Materialverflechtung werden mehrstufige Prozesse durch Darstellung in Matrizenform strukturiert. In diesem Zusammenhang werden die Rechengesetze für Matrizen einschließlich inverser Matrizen behandelt. Die Behandlung von Problemen zum Käufer- und Wahlverhalten eröffnet eine weitere Sichtweise auf Matrizen, indem sich wiederholende Prozesse hinsichtlich einer Langzeitprognose analysiert werden.

Auf erhöhtem Anforderungsniveau führen Anwendungen aus dem Bereich der Populationsentwicklung auch zur Betrachtung zyklischer Prozesse.

prozessbezogenen Kompetenzen laut Kerncurriculum	**inhaltsbezogene Kompetenzen laut Kerncurriculum**	**Materialien / Anregungen**
Die Schülerinnen und Schüler … • beschreiben Realsituationen und Realprobleme durch mathematische Modelle wie z. B. durch Matrizen, Koordinaten und Vektoren. (P3) • führen mit den Verfahren der Matrizenrechnung Berechnungen im Modell durch und interpretieren die Verfahren ggf. hinsichtlich der Realsituation. (P3) • verwenden Matrizen und Diagramme zur Darstellung von Prozessen und Wechsel zwischen diesen Darstellungsformen.(P4) • arbeiten mit Gleichungen und Gleichungssystemen sowie mit Vektoren und Matrizen (P5) • belegen ihr Grundverständnis für elementare algorithmische Verfahren, indem sie diese auch ohne die eingeführte Technologie in überschaubaren Situationen ausführen (P5) *Nur auf erhöhtem Anforderungsniveau:* • *kennen algorithmische Verfahren und können sie anhand von Beispielen erläutern (P5)*	Leitidee: Algorithmus Die Schülerinnen und Schüler … • nutzen Matrizen und Prozessdiagramme zur strukturierten Darstellung von Daten. • kennen den GAUSS-Algorithmus als ein Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme. • lösen lineare Gleichungssysteme mit dem GTR. • beherrschen die Addition, Subtraktion und skalare Multiplikation von Matrizen. • nutzen die Matrizenmultiplikation und inverse Matrizen. • wenden Potenzen von Matrizen bei mehrstufigen Prozessen an und interpretieren Grenzmatrizen sowie Fixvektoren im Sachzusammenhang mit Käufer- und Wahlverhalten. *Nur auf erhöhtem Anforderungsniveau:* • *erkennen und interpretieren zyklische Prozesse im Sachzusammenhang* • *Populationsentwicklung*	**Hinweise zum Buch**: Neben Kapitel 5 Matrizen wird Kapitel 1.3 Lösen linearer Gleichungssysteme benötigt **Mögliche Ergänzungen**: LEONTIEF-Modell, Transportprobleme. **Hinweise zum Technologieeinsatz:** 1. Bestimmen der Lösungsmenge sowohl eindeutig als auch nicht eindeutig lösbarer LGS 2. Operationen mit Matrizen

8. Lernbereich: Daten beurteilen – Beurteilende Statistik (Dauer: ca. 5 Wochen)

Ausgehend von Stichproben wird das Modell der BERNOULLI-Kette genutzt, um für eine unbekannte Wahrscheinlichkeit Vertrauensintervalle zu bestimmen.

Während im grundlegenden Anforderungsniveau konkrete Vertrauenswahrscheinlichkeiten (90 %, 95 %, 99 %) vorgegeben sind, erfolgt im erhöhten Anforderungsniveau mithilfe der Normalverteilung eine Bestimmung für beliebige Vertrauenswahrscheinlichkeiten.

prozessbezogenen Kompetenzen laut Kerncurriculum	inhaltsbezogene Kompetenzen laut Kerncurriculum	Materialien / Anregungen
Keine weiteren als die unter Teil 1 aufgeführten prozessbezogenen Kompetenzen.	Leitideen: Daten und Zufall, funktionaler Zusammenhang Die Schülerinnen und Schüler … unterscheiden zwischen Grundgesamtheit und repräsentativer Stichprobe. *Nur auf grundlegendem Anforderungsniveau:* • *schließen von der Stichprobe auf die Gesamtheit, indem sie* ○ *für binomialverteilte Zufallsgrößen, ausgehend von einer Stichprobe, Schätzwerte für den unbekannten Parameter p der zugrunde liegenden Gesamtheit bestimmen;* ○ *Vertrauensintervalle um diese Schätzwerte zu vorgegebener Vertrauenswahrscheinlichkeit (90 %, 95 %, 99 %) unter Nutzung von σ-Umgebungen bestimmen.* *Nur auf erhöhtem Anforderungsniveau:* • *schließen von der Stichprobe auf die Gesamtheit, indem sie* ○ *für binomialverteilte Zufallsgrößen, ausgehend von einer Stichprobe, Schätzwerte für den unbekannten*	**Hinweise zum Buch:** Kapitel *8.3 Schluss von der Stichprobe auf die Gesamtheit* **Ergänzungen:** weitere Verfahren der beurteilenden Statistik. **Hinweise zum Technologieeinsatz:** 1. Bestimmen von arithmetischem Mittel und Standardabweichung 2. Bestimmen von Vertrauensintervallen je nach Möglichkeiten des Rechners

	Parameter p der zugrunde liegenden Gesamtheit bestimmen; ○ *Vertrauensintervalle um diese Schätzwerte zu beliebig vorgegebener Vertrauenswahrscheinlichkeit unter Nutzung der Normalverteilung bestimmen.* ○ *verwenden die Normalverteilung als spezielle stetige Wahrscheinlichkeitsverteilung.*	